

DIAGNOSIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM PROSES PEMBUKTIAN BERDASARKAN NEWMANN ERROR ANALYSIS

DIAGNOSIS OF STUDENTS' MISCONCEPTION IN THE EVIDENCE PROCESS BASED ON NEWMANN ERROR ANALYSIS

Arta Ekayanti

Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Ponorogo
arta_ekayanti@ymail.com

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri euclide khususnya pada kasus pembuktian. Analisis yang digunakan berdasarkan pada *Newmann Error Analysis* yang meliputi *reading error*, *comprehension error*, *transformation error*, *process skill error* dan *encoding error*. Subyek penelitian ini adalah mahasiswa program studi pendidikan matematika Universitas Muhammadiyah Ponorogo yang sedang menempuh mata kuliah geometri euclide pada semester ganjil tahun akademik 2016/2017. Jenis dan pendekatan dalam penelitian ini yaitu jenis penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Teknik pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini dengan metode dokumentasi, tes dan wawancara. Analisis dilakukan dengan menganalisis hasil tes kemudian wawancara dengan beberapa mahasiswa dengan tipe kesalahan yang berbeda-beda. Berdasarkan hasil penelitian, diperoleh kesimpulan bahwa kesalahan mahasiswa terletak pada kesalahan teori/konsep dasar serta ketidaklengkapan justifikasi pada setiap langkah yang digunakan dalam pembuktian.

Kata Kunci: Diagnosis Kesalahan, Pembuktian, Geometri Euclide, *Newmann Error Analysis*.

Abstract

This research aim to analyse the student error, when they solve the problems of euclidean geometry especially proofs. That is based on Newmann Error Analysis, such as error reading, error comprehension, error transformation, error skill process and error encoding. This research was conducted toward the student of Mathematic Department, Teacher Training and Education Faculty, Muhammadiyah University of Ponorogo who studied euclidean geometry in 2016/2017. This research was descriptive research with qualitative approach. Documentation method, interview and test was used to gathering data. The analysis process had been doing by analysed the student result test, and then interviewed with some student with different error type. The result of this research was misconception of previous concept and incompletely the justification of every proofs step.

Keyword: Error diagnostic, Proofs, Euclidean Geometry, Newmann Error Analysis.

I. PENDAHULUAN

Imswatama (2015) menyatakan bahwa "matematika merupakan ilmu yang terstruktur sehingga kesalahan

mempelajari konsep terdahulu akan berpengaruh terhadap pemahaman konsep berikutnya." Hal ini dapat dilihat pada konsep pembuktian dalam

matematika. Stefanowich (2014) menyatakan bahwa bukti merupakan barisan statement logis, dimana satu statement berakibat ke statement yang lain serta memberikan penjelasan kenapa suatu statement bernilai benar. Teorema yang telah dibuktikan sebelumnya dapat digunakan untuk menyimpulkan teorema yang baru. Menuliskan pembuktian merupakan esensi dari belajar matematika, dimana suatu konsep akan selalu memiliki keterkaitan dengan konsep terdahulu.

Peserta didik belajar bagaimana membangun argumen logis sehingga diperoleh pembuktian yang valid. Menurut Ekayanti (2016) hal ini tidaklah mudah, karena peserta didik harus memiliki alur pemikiran deduktif, disamping itu juga harus sering berlatih kasus pembuktian. Pada kasus pembuktian, hal yang harus digarisbawahi adalah bagaimana proses pembuktian serta bagaimana peserta didik memahami pembuktian. Dalam hal ini, yang harus diperhatikan adalah bagaimana peserta didik memverifikasi dan memvalidasi pembuktian, serta bagaimana kesalahpahaman peserta didik dalam proses pembuktian. Stylianides dalam Stavrou (2014) menyatakan bahwa kesalahpahaman peserta didik dalam proses pembuktian terletak pada penggunaan argumen empiris. Dalam hal

ini, peserta didik menggunakan contoh kasus (spesifik) pada proses pembuktian. Dengan kata lain, peserta didik menggunakan contoh untuk membuktikan suatu konsep. Jelas hal ini tidak valid ketika digunakan pada kasus pembuktian. Dari paparan diatas, nampak bahwa masih banyak didapati kesalahan-kesalahan yang dilakukan peserta didik pada proses pembuktian suatu konsep. Dengan demikian perlu adanya identifikasi terkait kesalahan-kesalahan yang dilakukan oleh peserta didik.

Menurut Iman (2016), penelitian dengan fokus diagnosis kesalahan bukanlah suatu hal yang baru lagi, telah ada beberapa penelitian dengan topik yang serupa seperti Elbrink dengan penelitiannya tahun 2008 serta Padmafathy melalui penelitian yang diadakan tahun 2015. Pada penelitian tersebut dilakukan analisis kesalahan peserta didik berdasarkan jenis-jenis kesalahan konsep dan prosedur. Satu terobosan baru dilakukan oleh Iman, yaitu dengan melakukan penelitian dengan topik yang sama akan tetapi penelitian tersebut dilakukan dengan melakukan konfirmasi terhadap Newmann Error Analysis. Menurut Anne Newmann dalam Iman (2016), jenis kesalahan diklasifikasikan menjadi 5 jenis yaitu:

Tabel 1.
Jenis Kesalahan

No	Jenis Kesalahan	Indikator
1	<i>Reading Error</i>	✓ Peserta didik salah dalam membaca dan memahami perintah soal
		✓ Peserta didik salah mengenali simbol-simbol pada soal

2	<i>Comprehension Error</i>	✓	Sudah bisa membaca soal dengan baik
		✓	Tidak mengetahui apa yang diketahui dari soal
		✓	Tidak mengetahui apa yang ditanyakan dari soal
3	<i>Transformation Error</i>	✓	Peserta didik salah dalam menentukan strategi pemecahan masalah
		✓	Salah dalam menggunakan rumus pemecahan
4	<i>Process Skill Error</i>	✓	Kesalahan terjadi pada operasional aljabar
		✓	Kesalahan prosedur penyelesaian soal
5	<i>Encoding Error</i>	✓	Peserta didik sudah bisa menentukan penyelesaian dari permasalahan, akan tetapi peserta didik belum tepat menuliskan prosedur dan bentuk jawaban yang benar.

Hal ini mendorong peneliti, untuk mengikuti jejak Iman, yaitu dengan mencoba melakukan penelitian dengan mengangkat topik diagnosis kesalahan mahasiswa dalam pembuktian dengan berdasarkan pada Newmann Error Analysis.

II. METODE

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian deskriptif dengan pendekatan kualitatif. Penelitian ini dilakukan pada semester ganjil tahun akademik 2016/2017 dengan subjek penelitian mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan Universitas Muhammadiyah Ponorogo yang sedang menempuh mata kuliah geometri euclide. Prosedur yang dilakukan dalam penelitian ini adalah: 1) Observasi, peneliti melakukan observasi dengan cara mengamati aktivitas mahasiswa pada saat mengikuti perkuliahan geometri euclide, mengevaluasi tugas yang telah dikerjakan oleh mahasiswa serta melakukan wawancara. 2) Pemberian tes, peneliti memberikan soal tes kepada mahasiswa. 3) Evaluasi hasil tes, peneliti memeriksa

hasil tes mahasiswa, mengidentifikasi temuan kesalahan mahasiswa dalam membuktikan serta menganalisis perilaku-perilaku pemecahan masalah yang dilakukan ketika mahasiswa menyelesaikan soal tes yang diberikan. 4) Wawancara, peneliti menentukan beberapa mahasiswa yang didapati memiliki tipe kesalahan yang berbeda-beda untuk selanjutnya dipilih untuk diwawancarai sesuai metode analisis kesalahan Newmann. 5) Penyusunan laporan penelitian.

Teknik pengumpulan data yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu dengan cara pemberian soal tes kepada subyek penelitian untuk selanjutnya diselesaikan secara individu. Data yang diperoleh dalam penelitian ini berupa hasil pekerjaan mahasiswa dalam lembar jawab siswa yang berisi langkah-langkah pembuktian dari kasus yang diberikan pada soal tes. Selanjutnya, data hasil tes yang berupa lembar jawab digunakan untuk menentukan mahasiswa yang akan diwawancarai. Data hasil wawancara digunakan untuk mengidentifikasi kesalahan-kesalahan yang mahasiswa lakukan dalam menyelesaikan soal tes

yang diberikan. Kesalahan mahasiswa disimpulkan dengan memanfaatkan hasil tes dan wawancara dan diidentifikasi menurut tahapan analisis kesalahan Newmann yang meliputi *reading error*, *comprehension error*, *transformation error*, *process skill error* dan *encoding error*.

Dalam rangka memperoleh data, pada penelitian ini digunakan beberapa instrumen diantaranya peneliti, tes geometri euclide dan pedoman wawancara. Pada penelitian ini, peneliti bertindak sebagai instrumen (Lexy, 2007: 165). Peneliti mengembangkan soal tes geometri euclide dan diantaranya ada yang merupakan kasus pembuktian. Wawancara digunakan untuk mengumpulkan data yang merupakan justifikasi mahasiswa mengenai kesalahan-kesalahan yang telah dilakukan dalam menyelesaikan soal tes yang diberikan. Pedoman wawancara yang digunakan berdasarkan pada hasil evaluasi serta identifikasi jawaban mahasiswa dari soal tes, dan pertanyaan-pertanyaan yang

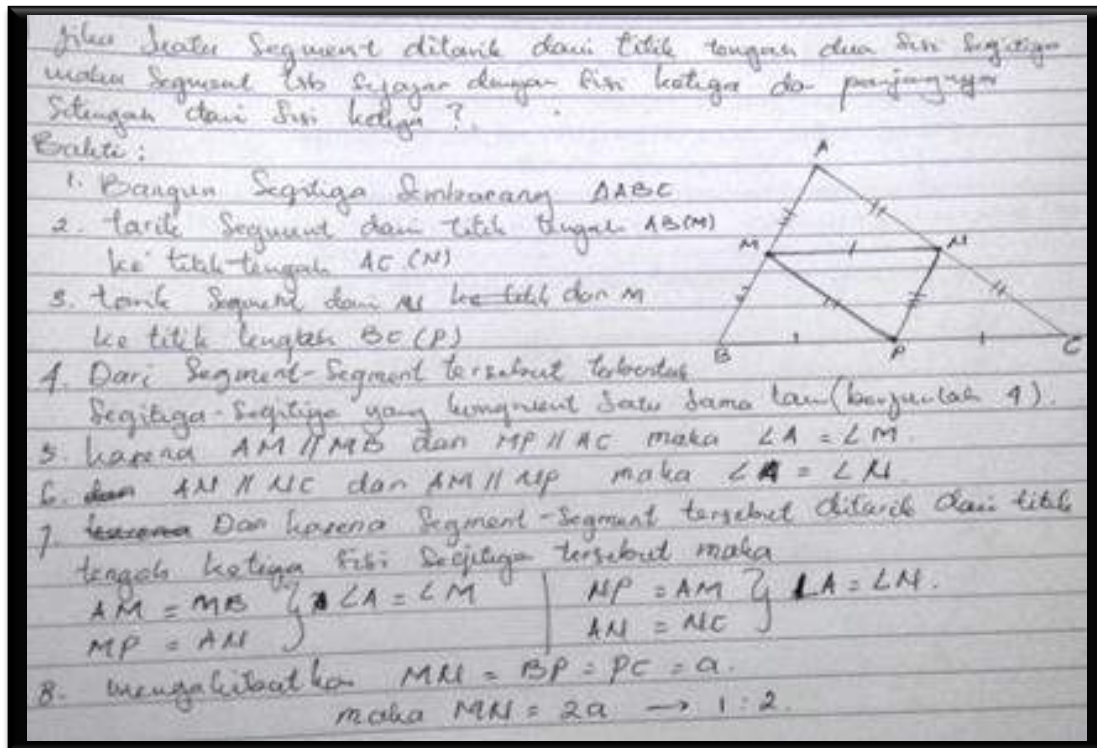
diberikan mengacu pada kelima tahapan analisis kesalahan newmann.

III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri euclide dapat dilihat kesalahan-kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam melakukan pembuktian. Soal yang melibatkan konsep pembuktian pada tes yang diberikan yaitu:

"jika suatu segmen ditarik dari titik tengah dua segitiga maka segmen tersebut sejajar dengan sisi ketiga dan panjangnya setengah dari sisi ketiga"

Pembuktian kasus di atas ada banyak kemungkinan. Pembuktian akan dinilai benar atau valid ketika setiap langkahnya disertai justifikasi yang lengkap dan jelas. Berikut dipaparkan beberapa temuan kesalahan yang telah mewakili kesalahan-kesalahan lain yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tes yang diberikan. Dipilih 5 mahasiswa untuk diwawancarai karena mewakili tipe-tipe kesalahan yang terjadi.



Gambar 1. Hasil pekerjaan mahasiswa A.

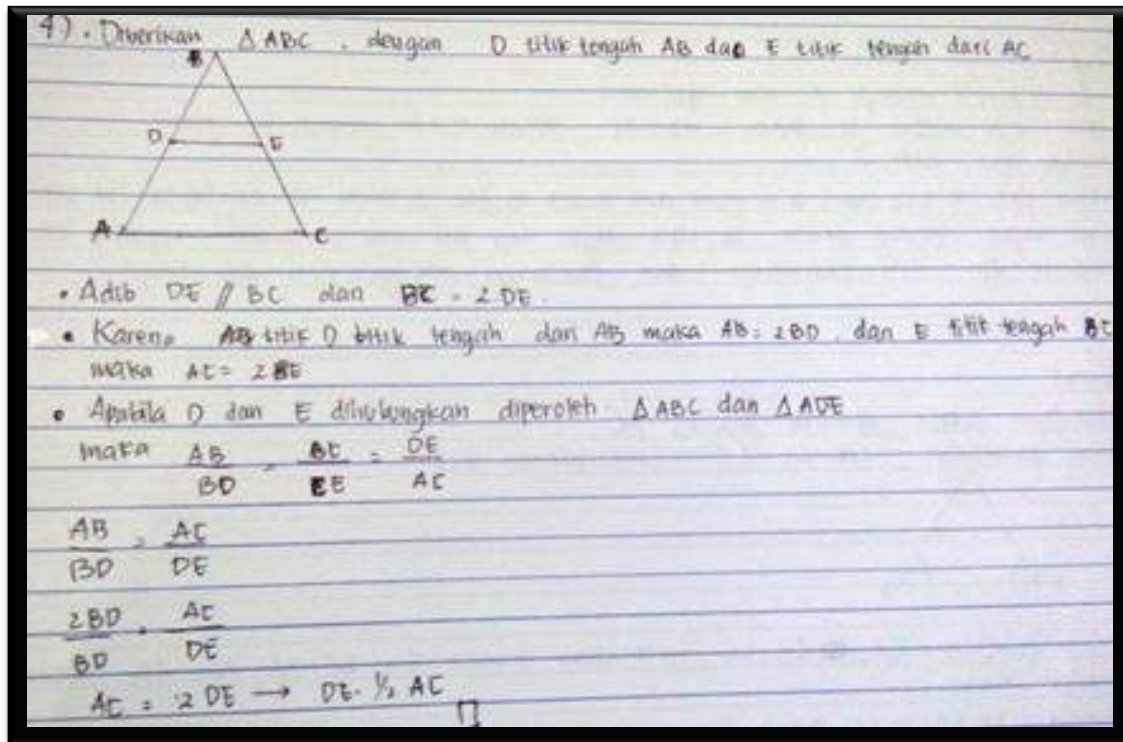
Berdasarkan hasil analisis dari jawaban mahasiswa A, diperoleh informasi sebagai tes dan wawancara peneliti dengan berikut:

Tabel 2.

Hasil analisis dari jawaban tes dan wawancara peneliti dengan mahasiswa A.

Jenis Kesalahan	Analisis hasil pekerjaan dan wawancara mahasiswa
Reading Error	Mahasiswa A tidak mengalami masalah dalam proses <i>reading</i> . Hal ini nampak bahwa mahasiswa memulai pembuktian dengan cara yang benar.
Comprehension Error	Mahasiswa A memahami maksud soal dan mampu memanfaatkan informasi yang diberikan pada soal. Disamping itu mahasiswa mengetahui apa yang ditanyakan dari soal.
Transformation Error	Mahasiswa A telah menggunakan strategi yang benar dalam pembuktian, yaitu menggunakan konsep garis sejajar serta sifat-sifat yang berlaku. Akan tetapi, ada kesalahan konsep yang digunakan, seperti pada langkah 5, $AM \parallel MB$ dan $MP \parallel AC$ maka $\angle A = \angle M$ hal ini tidak benar. Hal yang sama juga terjadi pada langkah 6.
Process Skill Error	Mahasiswa A memaparkan langkah pembuktian tanpa disertai justifikasi dari langkah tersebut. Misalnya pada langkah 4, nampaknya mahasiswa menyebutkan bahwa terbentuk segitiga-segitiga kongruen. Akan tetapi tidak disebutkan justifikasi dari kekongruenan segitiga tersebut. Disamping itu, pada langkah 5 dan 6, ada pernyataan yang menjadi syarat cukup yaitu mengenai kesejajaran garis yang tidak disertai justifikasi. Analog untuk langkah 7. Sedangkan pada langkah 8 diperoleh hubungan yang sudah benar, akan tetapi menjadi diragukan lagi ketika langkah sebelumnya kurang tepat.
Encoding Error	Untuk prosedur pembuktian sudah benar, akan tetapi banyak langkah serta justifikasi yang terlewatkan.

Pada mahasiswa A, nampak bahwa kesalahannya cenderung ada pada *transformation error* dan *process skill error*. Banyak justifikasi yang terlewatkan serta ada beberapa kesalahan konsep yang digunakan pada proses pembuktian.



Gambar 2. Hasil pekerjaan mahasiswa B.

Berikut hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa B:

Tabel 3.

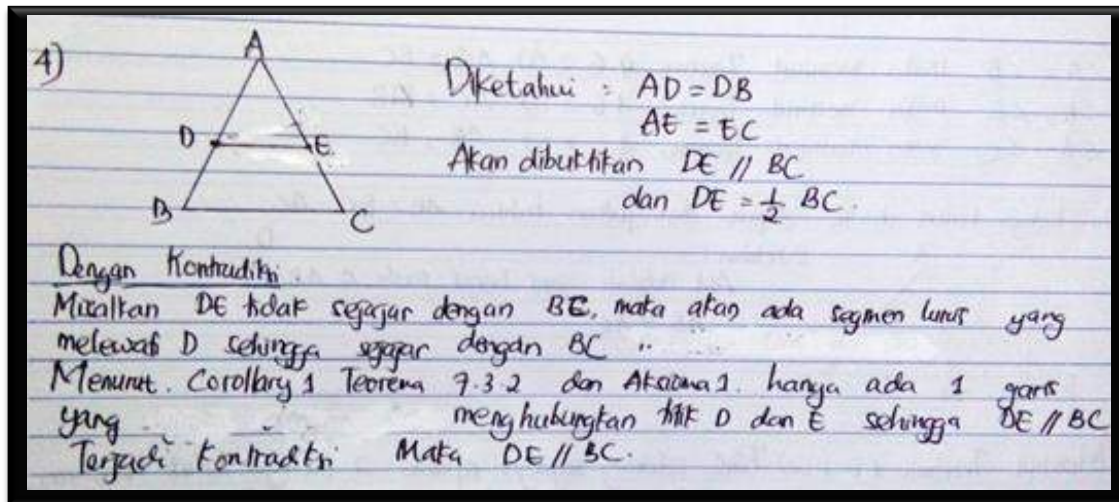
Hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa B

Jenis Kesalahan	Analisis hasil pekerjaan dan wawancara mahasiswa
<i>Reading Error</i>	Mahasiswa B tidak mengalami masalah dalam proses <i>reading</i> .
<i>Comprehension Error</i>	Mahasiswa B memahami maksud soal dan mampu memanfaatkan informasi yang diberikan pada soal. Mahasiswa mampu menyatakan hal yang ingin dibuktikan dalam bentuk matematis yaitu $DE \parallel BC$ dan $AC = 2DE$. Pada hasil pekerjaan nampak bahwa akan dibuktikan $BC = 2DE$, pada saat dilakukan wawancara mahasiswa menyatakan adanya kesalahan penulisan. Jadi, penulisan yang benar adalah $AC = 2DE$.
<i>Transformation Error</i>	Mahasiswa B menggunakan strategi yang benar dalam pembuktian, yaitu menggunakan perbandingan. Akan tetapi, mahasiswa tidak membuktikan $DE \parallel BC$. Setelah dilakukan konfirmasi melalui wawancara, mahasiswa mengaku bahwa dia mengalami kesulitan dalam membuktikan $DE \parallel BC$ karena tidak mampu menentukan strategi pembuktian yang bisa digunakan. Akhirnya mahasiswa meninggalkan bukti untuk konsep kesejajaran.

Process Skill Error	Mahasiswa B telah memaparkan langkah pembuktian satu kasus dengan benar.
Encoding Error	Untuk prosedur pembuktian satu kasus sudah benar.

Mahasiswa B mengalami kesulitan pada pembuktian kasus kesejajaran. Hal ini diungkapkan mahasiswa pada saat wawancara bahwa penentuan konsep serta prosedur pembuktian merupakan satu kesulitan yang dihadapi mahasiswa. Dalam hal pembuktian $AC = 2DE$, mahasiswa tidak menggunakan konsep kesejajaran sama sekali, melainkan menggunakan konsep kesebangunan.

Setelah dikonfirmasi melalui wawancara, mahasiswa mengaku belum begitu menguasai konsep kesejajaran yang ada pada geometri euclide. Oleh karena itu, ia memanfaatkan konsep perbandingan pada proses pembuktian itu. Dengan demikian dapat dipahami bahwa mahasiswa B mengalami masalah pada proses transformasi. Kesalahan mahasiswa terletak pada *transformation error*.



Gambar 3. Hasil pekerjaan mahasiswa C.

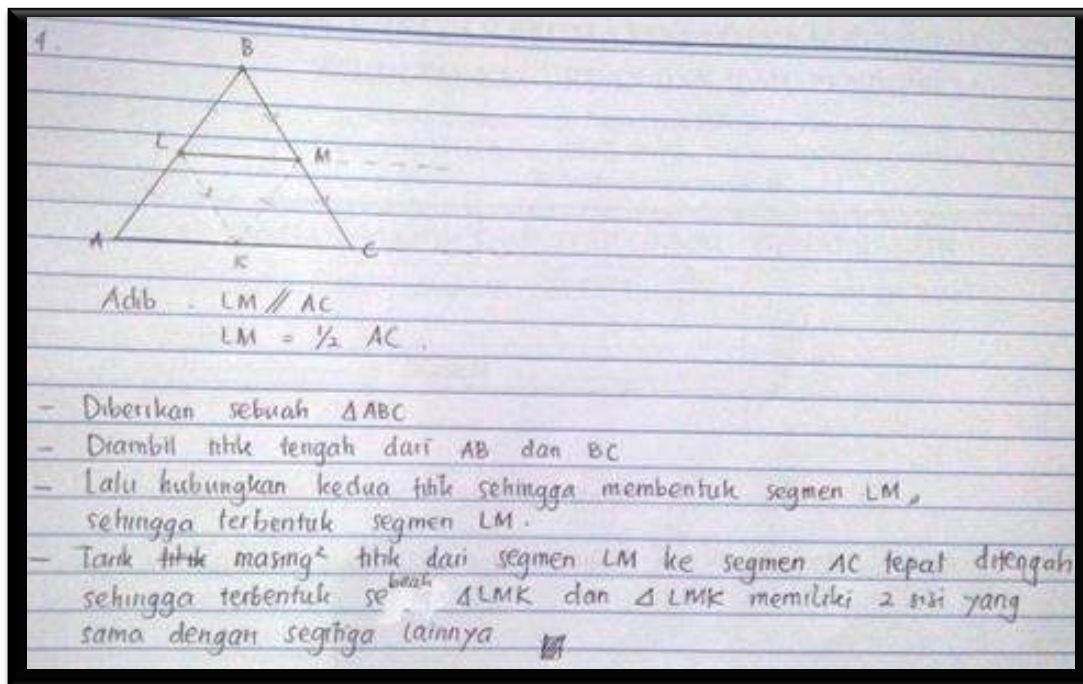
Berikut hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa C:

Tabel 4.
Hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa C

Jenis Kesalahan	Analisis hasil pekerjaan dan wawancara mahasiswa
Reading Error	Sebagaimana mahasiswa-mahasiswa sebelumnya, mahasiswa C tidak mengalami masalah dalam proses <i>reading</i> .
Comprehension Error	Mahasiswa C mengetahui informasi apa saja yang diketahui dari soal serta mengetahui apa yang ingin dibuktikan pada kasus ini. Hal ini dapat dilihat bahwa mahasiswa mampu menuliskan apa yang diketahui dan apa yang akan dibuktikan dengan benar.
Transformation Error	Mahasiswa C ingin menerapkan strategi metode pembuktian kontradiksi. Akan tetapi terjadi masalah pada proses penemuan kontradiksinya. Justifikasi yang

	tidak lengkap serta langkah penemuan kontradiksi yang tidak lengkap.
<i>Process Skill Error</i>	<i>Process skill</i> , langkah yang tidak begitu lengkap karena hanya menyebutkan jenis teorema serta aksioma yang digunakan, tanpa menyebutkan isinya. Setelah dikonfirmasi melalui wawancara, mahasiswa menyatakan bahwa ia menggabungkan teorema dan aksioma yang terkait.
<i>Encoding Error</i>	Untuk prosedur pembuktian melalui metode kontradiksi sudah benar, akan tetapi justifikasi pada proses pembuktian tersebut tidak jelas.

Mahasiswa C menyatakan bahwa ia mengalami kebingungan pada saat menunjukkan kontradiksinya. Disamping itu, ia cenderung menghafal pada proses pembuktian karena tidak begitu memahami konsep sebelumnya yang menjadi alat untuk pembuktian. Dapat disimpulkan bahwa mahasiswa C melakukan kesalahan pada jenis *transformation error*.



Gambar 4. Hasil pekerjaan mahasiswa D.

Berdasarkan hasil analisis dari jawaban mahasiswa D, diperoleh informasi sebagai tes dan wawancara peneliti dengan berikut:

Tabel 5.

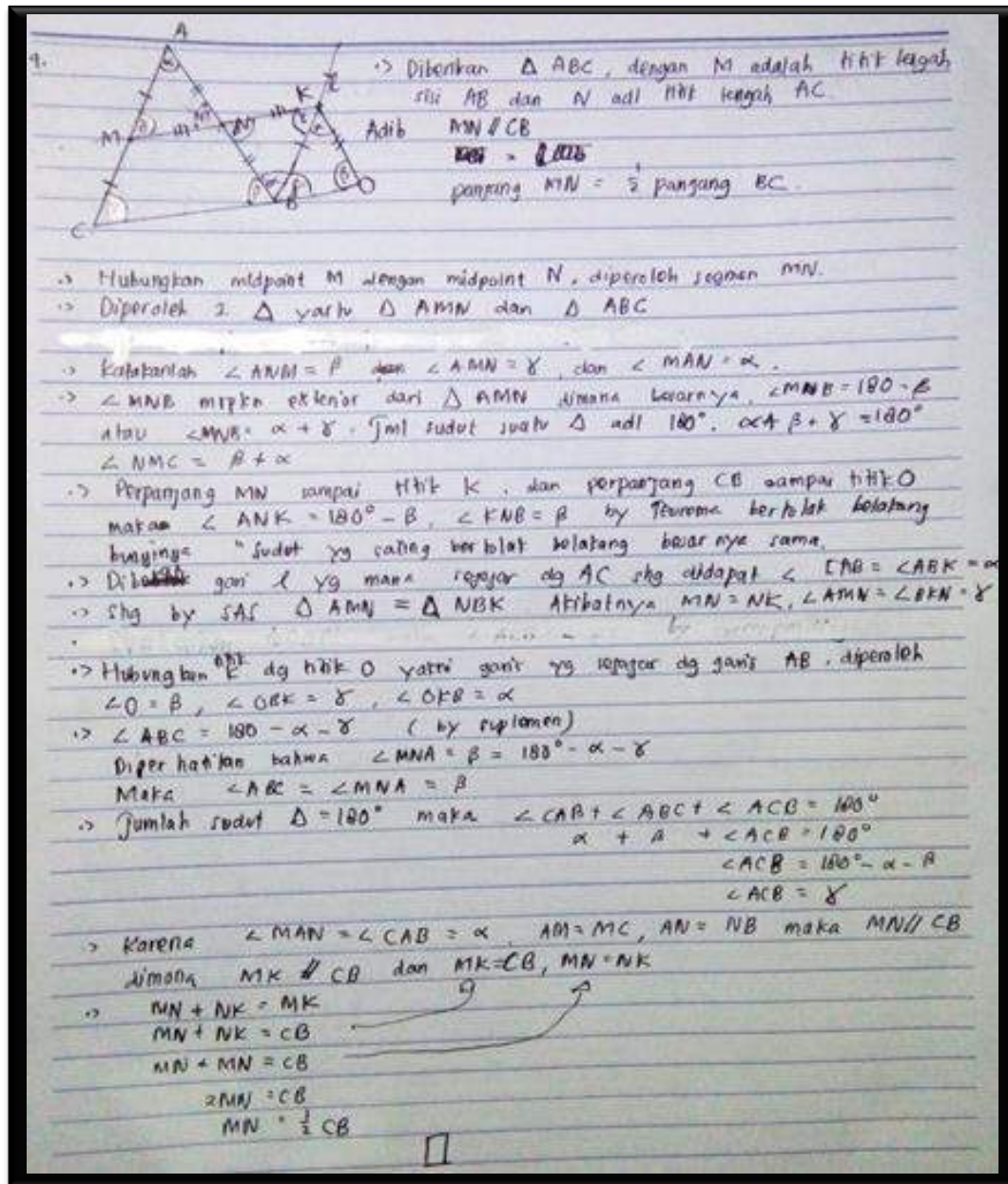
Hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa D

Jenis Kesalahan	Analisis hasil pekerjaan dan wawancara mahasiswa
<i>Reading Error</i>	Mahasiswa D tidak mengalami masalah dalam proses <i>reading</i> . Hal ini nampak bahwa mahasiswa memberikan ilustrasi grafis yang benar terkait masalah yang diberikan pada soal
<i>Comprehension Error</i>	Mahasiswa D mengetahui apa yang ingin dibuktikan dari soal, hal ini dapat dilihat bahwa mahasiswa mampu menuliskan dengan benar apa yang ingin

	dibuktikan.
<i>Transformation Error</i>	Mahasiswa D tidak mampu menggunakan strategi serta konsep untuk membuktikan kasus ini.
<i>Process Skill Error</i>	Mahasiswa D tidak menjalankan prosedur pembuktian dengan benar. Mahasiswa menyatakan bahwa terbetuk ΔLMK memiliki 2 sisi yang sama panjang dengan segitiga lainnya. Segitiga lainnya disini tidak jelas, segitiga mana yang dimaksud.
<i>Encoding Error</i>	Mahasiswa tidak membuktikan secara tuntas. Dalam artian pembuktian ini belum selesai.

Setelah dikonfirmasi melalui wawancara, mahasiswa mengaku sebenarnya dia mengetahui informasi apa saja yang diberikan soal, serta mahasiswa mengetahui apa yang ingin dibuktikan. Akan tetapi, mahasiswa tidak mampu menggunakan konsep-konsep yang ada untuk melengkapi proses pembuktian.

Mahasiswa mengalami kesulitan sehingga dia tidak mampu menyelesaikan pembuktian yang dimaksud. Dengan demikian dapat diketahui bahwa mahasiswa mengalami kesalahan yang meliputi *transformation error*, *process skill error* dan *encoding error*.



Gambar 5. Hasil pekerjaan mahasiswa E.

Berikut hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa E:

Tabel 6.

Hasil analisis lembar jawab dan hasil wawancara dengan mahasiswa E

Jenis Kesalahan	Analisis hasil pekerjaan dan wawancara mahasiswa
Reading Error	Sebagaimana mahasiswa-mahasiswa sebelumnya, mahasiswa E tidak mengalami masalah dalam proses <i>reading</i> . Hal ini dapat dilihat bahwa mahasiswa mampu memberikan ilustrasi grafis yang tepat.
Comprehension Error	Mahasiswa E mengetahui informasi apa saja yang diketahui dari soal serta mengetahui apa yang ingin dibuktikan pada kasus ini. Hal ini dapat dilihat dari

	ketepatan ilustrasi grafis serta mahasiswa mampu menuliskan dengan tepat apa yang ingin dibuktikan.
<i>Transformation Error</i>	Mahasiswa E mampu menggunakan strategi pembuktian dengan benar serta mampu menggunakan konsep-konsep yang tepat dalam proses pembuktian
<i>Process Skill Error</i>	Mahasiswa E mengalami kesalahan pada tahap ke 4, yaitu $\angle NMC = \beta + \alpha$. Setelah dikonfirmasi melalui wawancara, mahasiswa menyatakan bahwa seharusnya $\angle NMC = 180^\circ - (\beta + \alpha)$. Disamping itu, pada tahap ke 7, mahasiswa menyebutkan bahwa By SAS diperoleh $\Delta AMN = \Delta NBK$. Akan tetapi tidak dijelaskan SAS yang dimaksud seperti apa. Pada saat wawancara, mahasiswa sempat mengalami kesulitan dalam menentukan <i>side</i> , <i>angle</i> dan <i>side</i> mana yang dimaksud.
<i>Encoding Error</i>	Prosedur pembuktian sudah benar, hanya saja justifikasi yang kurang lengkap.

Berdasarkan paparan pada tabel di atas, dapat diketahui bahwa mahasiswa E mengalami kesalahan pada *process skill error*.

Berdasarkan hasil analisis dan wawancara dengan 5 mahasiswa di atas, dapat disimpulkan bahwa tidak ada mahasiswa yang mengalami masalah pada *reading error* dan *comprehension error*. Artinya mahasiswa mampu membaca soal dengan baik dan benar. Disamping itu, mahasiswa mampu memahami maksud soal, mengetahui informasi apa yang dapat diperoleh dari soal dan dapat mengetahui apa yang ingin dibuktikan.

Sementara itu, mahasiswa yang mengalami *transformation error* hal ini disebabkan karena mahasiswa mengalami kesulitan pada saat penentuan strategi pembuktian sertak konsep yang terkait. Sedangkan mahasiswa yang mengalami *process skill error*, sebenarnya sudah melakukan prosedur pembuktian dengan benar. Akan tetapi, justifikasi dari setiap langkah pembuktian masih kurang lengkap. Jenis kesalahan yang terakhir, yaitu *encoding error*, mahasiswa yang mengalami kesalahan ini disebabkan

karena karena prosedur pembuktian yang kurang lengkap. Jadi, terkesan langkah pembuktian masih lompat-lompat.

IV. PENUTUP

Berdasarkan dari hasil analisis kesalahan yang dilakukan pada penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa:

1. Kesalahan banyak terjadi pada *transformation error* dan *process skill error*.
2. Pada penelitian ini tidak ditemukan *reading error* dan *comprehension error* artinya mahasiswa telah memahami maksud soal dengan baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Ekayanti, Arta. 2016. The Analysis of College Students' Difficulties in Producing Proofs. *Proceedings of International Seminar on Education. Teacher Training and Education Faculty, Muhammadiyah University of Ponorogo*.
- Iman, A.N, Toto N, Dwiyan, 2016. Diagnosis Kesalahan Siswa Kelas XI SMA Negeri Candipuro pada Materi Penerapan Turunan Fungsi. *Seminar*

Nasional Matematika dan Pembelajarannya 2016. Universitas Negeri Malang, Malang.

Imswatama, A dan Nur'aini Muhassanah, 2015. Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik Bidang Materi Garis dan Lingkaran. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY 2015*. UNY Yogyakarta.

Lexy J Moleong. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT Remaja Rosdakarya

Stavrou, Stavros Georgios. 2014. Common Errors and Misconceptions in Mathematical Proving by Education Undergraduates. *IUMPST: The Journal. Vol 1 (Content Knowledge), March 2014* [www.k-12prep.math.ttu.edu] ISSN 2165-7874.

Stefanowich, Agata. 2014. *Proofs and Mathematical Reasoning*. University of Brimingham.

RIWAYAT HIDUP PENULIS

Arta Ekayanti.



Staf pengajar di Universitas Muhammadiyah Ponorogo.